

# “Hout werkt”

## Vrije en verhinderde vervorming van hout bij wisselende klimaatomstandigheden

ir. Joppe Leenaars\* en dr.ir. Henk Schellen\*\*

\* Nelissen ingenieursbureau b.v. Eindhoven  
\*\* Technische Universiteit Eindhoven Eindhoven



### Samenvatting

Uit het afstudeeronderzoek naar de vrije en verhinderde vervorming van hout bij wisselende klimaatomstandigheden kan geconcludeerd worden dat naast het voorbereiden van materiaalkundige kennis van eiken- en beukenhout er een meetopstelling ontwikkeld is voor het bepalen van de inwendige spanning die ontstaat bij het verhinderen van de vrije vervorming van hout (zie afbeelding 1).



afbeelding 1. meetopstelling verhinderde vervorming

Aangezien hout in de drie verschillende richtingen (axiaal, radiaal en tangentiaal) duidelijk andere eigenschappen bezit kunnen bij het simuleren van de optredende spanningen de drie richtingen niet los van elkaar beschouwd worden. Om de optredende spanning goed te kunnen simuleren is een 3-dimensionaal spanningsmodel, met inbegrip van relaxatie c.q. kruip, benodigd. Het ontwikkelen van een dergelijk model is zeer complex, maar de kennis opgedaan in dit afstudeeronderzoek, heeft deze ontwikkeling weer een stapje vooruit geholpen. In dit artikel is een samenvatting beschreven van het afrondende afstudeerrapport [1] van het bovengenoemde onderzoek.

### Inleiding

Wanneer hout in een klimaat geplaatst wordt met wisselende klimaatcondities, temperatuur en/of relatieve luchtvochtigheid, zal het hout vocht opnemen of afstaan. Dit opnemen en afstaan van het vocht zal gepaard gaan met zwellen en krimpen [2]. Wanneer hout vocht afstaat zal dit in eerste instantie aan het oppervlak gebeuren. Vanwege de inhomogene vochtverdeling zullen er inwendige spanningen in het hout ontstaan [3]. Wanneer het krimpen en zwellen tevens verhinderd wordt door een mechanische bevestiging of door een ander materiaal, zullen de inwendige spanningen nog eens aanzienlijk toenemen. Wanneer de maximaal

toelaatbare spanning overschreden wordt, leidt dit tot scheurvorming.

In dit afstudeeronderzoek is getracht de inwendige spanningen bij wisselende klimaatomstandigheden (isotherm) van eiken- en beukenhout te meten en te simuleren.

### **Plan van aanpak**

Om de doelstelling van dit afstudeeronderzoek te trachten te realiseren zijn allereerst een aantal materiaal-eigenschappen van het hout bepaald, te weten:

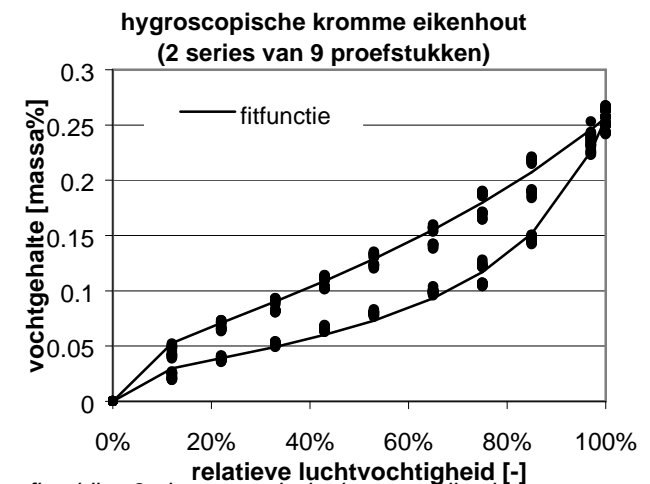
- de hygroscopische kromme
- de waterdampdiffusiecoëfficiënt
- de hygrische uitzettingscoëfficiënt
- de E-modulus

Vervolgens zijn middels vrije en verhinderde vervormingsproeven de inwendige spanningen en vervormingen gemeten. Met behulp van simulatie is tenslotte getracht de optredende inwendige spanningen en vervormingen te simuleren.

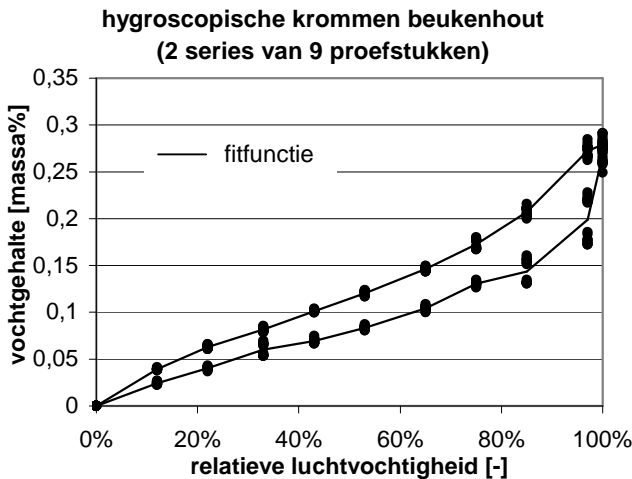
### Materiaaleigenschappen

#### **Hygroscopische kromme**

Omdat het vochtgehalte van het hout zich instelt naar de relatieve luchtvochtigheid is het van belang om de relatie tussen beide grootheden te kennen. Door in een exsiccator houten proefstukken te plaatsen kan bij een bepaalde relatieve luchtvochtigheid in de exsiccator het houtvochtgehalte, in massa%, bepaald worden. Voor het creëren van een bepaalde stabiele relatieve luchtvochtigheid in de exsiccator wordt gebruik gemaakt van bepaalde zoutoplossingen. De hygroscopische krommen zijn weergegeven in afbeelding 2 en 3.



afbeelding 2. hygroscopische kromme eikenhout



afbeelding 3. hygroscopische krommen beukenhout

Om de hygroscopische krommen te kunnen gebruiken in de simulaties worden de hygroscopische krommen gefit met behulp van het hysteresis model van Pederson [4]. Hierbij worden de adsorptie- en desorptie resultaten separaat met de volgende fitfunctie beschreven:

$$u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\ln \phi}{a}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (1)$$

met:

- u = houtvochtgehalte [massa%]
- u<sub>max</sub> = houtvochtgehalte bij 100% R.V [massa%]
- φ = relatieve vochtigheid [-]
- a, b = fitparameters [-]

De resultaten van de fitfuncties zien er voor eikenhout als volgt uit:

$$\text{adsorptie: } u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\ln \phi}{0.197}\right)^{\frac{1}{1.15}} \quad (2)$$

$$\text{desorptie: } u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\ln \phi}{0.964}\right)^{\frac{1}{0.735}} \quad (3)$$

Voor beukenhout zijn de volgende functies gevonden:

$$\text{adsorptie: } u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\ln \phi}{0.0646}\right)^{\frac{1}{1.86}} \quad (4)$$

$$\text{desorptie: } u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{\ln \phi}{0.680}\right)^{\frac{1}{0.768}} \quad (5)$$

### Waterdampdiffusiecoëfficiënt

Voor het simuleren van het krimpen en zwellen van hout is het tevens van belang te weten hoe snel hout vocht (damp) opneemt en afstaat. De materiaaleigenschap die hierbij van belang is, is de waterdampdiffusiecoëfficiënt (D<sub>w</sub>). Voor de bepaling

van deze materiaalgrootheid zijn tangentiële cilindrische proefstukken gebruikt. De boven en onderzijde van de proefstukken zijn dampdicht afgesloten middels een laklaag. De proefstukken worden bij een bepaalde relatieve luchtvochtigheid geconditioneerd. Vervolgens worden ze in een omgeving met een andere relatieve luchtvochtigheid geplaatst. Uit de vocht toe- of afname, afhankelijk van de relatieve luchtvochtigheid kan de waterdampdiffusiecoëfficiënt gefit worden. Hierbij is gebruik gemaakt van de volgende differentiaalvergelijking die het vochttransport voor axisymmetrische proefstukken beschrijft [5]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} D_{w,t} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} \quad (6)$$

met:

- ω = houtvochtgehalte [kg·m<sup>-3</sup>]
- t = tijd [s]
- r = straal [m]
- D<sub>w,t</sub> = waterdampdiffusiecoëfficiënt [m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>]

Omdat gebruik gemaakt is van cilindrische proefstukken wordt de waterdampdiffusiecoëfficiënt niet zuiver van 1 richting bepaald, maar een combinatie van 2 richtingen (radiaal en axiaal). De resultaten van de verschillende metingen zijn weergegeven in tabel 1 en 2.

tabel 1. waterdampdiffusiecoëfficiënt, adsorptie

| R.V. begin | R.V. eind | waterdampdiffusiecoëfficiënt [m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> ] |                       |
|------------|-----------|---|-----------------------|
|            |           | eiken   | beuken                |
| 12%        | 33%       | 2,2·10 <sup>-10</sup>   | 3,7·10 <sup>-10</sup> |
| 33%        | 53%       | 1,6·10 <sup>-10</sup>   | 2,0·10 <sup>-10</sup> |
| 53%        | 75%       | 1,3·10 <sup>-10</sup>   | 1,7·10 <sup>-10</sup> |
| 75%        | 93%       | 0,7·10 <sup>-10</sup>   | 0,9·10 <sup>-10</sup> |

tabel 2. waterdampdiffusiecoëfficiënt, desorptie

| R.V. begin | R.V. eind | waterdampdiffusiecoëfficiënt [m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> ] |                       |
|------------|-----------|---|-----------------------|
|            |           | eiken   | beuken                |
| 93%        | 75%       | 1,8·10 <sup>-10</sup>   | 3,1·10 <sup>-10</sup> |
| 75%        | 53%       | 1,2·10 <sup>-10</sup>   | 1,8·10 <sup>-10</sup> |
| 53%        | 33%       | 1,0·10 <sup>-10</sup>   | 1,4·10 <sup>-10</sup> |
| 33%        | 12%       | 1,1·10 <sup>-10</sup>   | 1,5·10 <sup>-10</sup> |

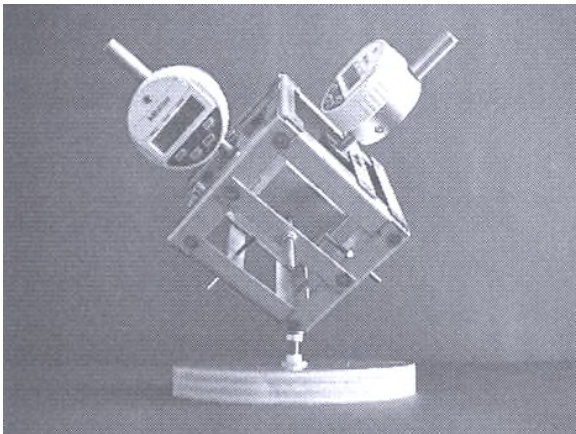
Zoals blijkt uit de tabellen 1 en 2 is de dampdiffusiecoëfficiënt afhankelijk van het houtvochtgehalte. Verder is er ook een verschil waar te nemen tussen de waterdampdiffusiecoëfficiënt bij adsorptie en desorptie. De metingen zijn echter te onnauwkeurig om voor de verschillende richtingen het verband tussen de waterdampdiffusiecoëfficiënt en het houtvochtgehalte te bepalen. Voor de waterdampdiffusiecoëfficiënt van de radiale en axiale richting te samen zijn de volgende waarden aangehouden onafhankelijk van houtvochtgehalte:

$$D_{w,eik} = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \quad D_{w,beuk} = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

### Hygrische uitzettingscoëfficiënt

Door o.a. Krijnen [6] en Simpson [7] is aangetoond dat de relatieve lengteverandering rechtevenredig is met het houtvochtgehalte waarbij de evenredigheidscoëfficiënt de hygrische uitzettingscoëfficiënt ( $k$ ) is.

Om de lengteverandering van een proefstuk te kunnen meten, wordt het proefstuk in een stalen frame geplaatst waarbij het in de drie verschillende richtingen vrij kan bewegen. Voor deze proef worden smalle langwerpige proefstukken ( $10 \times 10 \times 40 \text{ mm}^3$ ) gebruikt om een snelle vochtopname en afgifte te realiseren. Middels een Mitutoyo verplaatsingsmeter wordt de lengteverandering in de hoofdrichting van het proefstuk bepaald (zie afbeelding 4).



afbeelding 4. meetopstelling lengteverandering

Door gebruik te maken van een weegschaal kan het gewicht van het proefstuk gedurende de proeven bepaald worden. Aan de hand van het gewicht kan het houtvochtgehalte bepaald worden. De gehele meetopstelling wordt in een klimaatkast geplaatst, waardoor een wisselende relatieve luchtvochtigheid gecreëerd kan worden.

Voor zowel eiken als beuken is met behulp van de beschreven proefopstelling de hygrische uitzettingscoëfficiënt voor de tangenciale en radiale richting bepaald. Voor de axiale richting is de hygrische uitzettingscoëfficiënt niet bepaald omdat het hout in deze richting nagenoeg niet vervormt. De resultaten zijn weergegeven in tabel 3. Ter verificatie van de meetresultaten zijn in deze tabel tevens de in de literatuur [8] gevonden hygrische uitzettingscoëfficiënten weergegeven.

tabel 3. hygrische uitzettingscoëfficiënt eiken en beuken

|            | eiken   |             | beuken  |             |
|------------|---------|-------------|---------|-------------|
|            | radiaal | tangenciaal | radiaal | tangenciaal |
| adsorptie  |         |             |         |             |
| meting     | 0,23    | 0,32        | 0,19    | 0,27        |
| literatuur | 0,22    | 0,34        | 0,19    | 0,40        |
| desorptie  |         |             |         |             |
| meting     | 0,27    | 0,26        | 0,18    | 0,26        |
| literatuur | 0,18    | 0,27        | 0,20    | 0,35        |

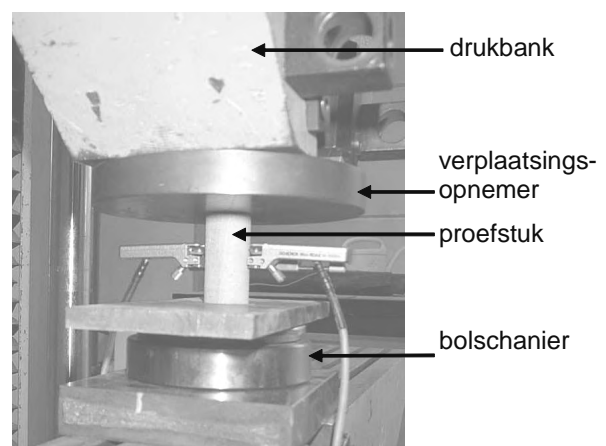
Zoals uit tabel 3. blijkt komen de meetresultaten redelijk tot goed overeen met de literatuurwaarden, zeker wanneer bedacht wordt dat hout een natuurlijk materiaal is.

Omdat het vanwege de kromming van de jaarringen zeer moeilijk is om zuiver tangenciale proefstukken (evenwijdig aan de jaarringen) te vervaardigen is dit mogelijk de oorzaak waardoor de hygrische uitzettingscoëfficiënten van de radiale richting beter met de literatuurwaarde overeenkomen dan de waarden voor de tangenciale richting. Verder blijkt dat zowel eiken als beuken in de tangenciale richting meer vervormt dan in de radiale richting. Dit is verklaarbaar doordat het hout in de radiale richting, als gevolg van de stralen, een grotere stijfheid bezit dan in de tangenciale richting waardoor het moeilijker kan vervormen.

### E-modulus

Zoals aangegeven is de stijfheid van het hout een belangrijke parameter voor de inwendige spanningen en vervormingen bij het zwellen en krimpen van het hout. De mechanische eigenschappen van het hout zijn op hun beurt weer afhankelijk van het houtvochtgehalte [9]. In deze laatste materiaalkundige proef wordt de E-modulus, een mate voor de stijfheid van het hout, bepaald als functie van het houtvochtgehalte.

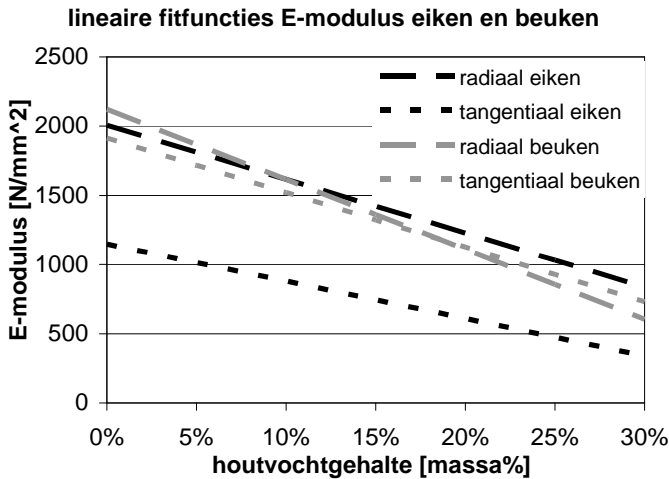
De proefstukken, cilindervormig met een diameter van 25 mm en een hoogte van 50 mm, worden geconditioneerd bij 5 verschillende relatieve luchtvochtigheden (12%, 33%, 53%, 75% en 100%). Vervolgens wordt met behulp van een drukproef de E-modulus bepaald. Door gelijktijdig tijdens de drukproef de drukspanning en de vervorming te meten kan de E-modulus in het elastische gebied bepaald worden. De meetopstelling is weergegeven in afbeelding 5.



Afbeelding 5. meetopstelling drukproef

Uit de verschillende metingen blijkt dat het houtvochtgehalte wel degelijk zijn invloed heeft op de stijfheid (E-modulus) van het hout. Voornamelijk in de radiale en tangenciale richting is deze invloed duidelijk zichtbaar. De E-modulus in de lengterichting van de vezels (axiale richting) wordt niet echt beïnvloed door

het vochtgehalte. Ondanks dat de E-modulus als functie van het houtvochtgehalte een grote spreiding vertoont is er een lineaire functie te fitten door de meetresultaten. In afbeelding 6 zijn de verschillende lineaire fitfuncties weergegeven. In deze afbeelding is te zien dat bij eikenhout de radiale richting stijver is dan de tangentiale richting als gevolg van de stralen. Bij beukenhout blijkt dit verschil niet aanwezig te zijn.



Afbeelding 6. E-modulus als functie van het houtvochtgehalte

Bovenstaande lineaire verbanden zullen gebruikt worden bij de verdere simulaties voor zowel het krimpen als het zwellen.

### Vrije vervorming

Om de vrije vervorming van een houten proefstuk te bepalen wordt gebruik gemaakt van de meetopstelling zoals reeds weergegeven in afbeelding 4. Door deze meetopstelling in een Weiss klimaatkast te plaatsen kan het houten proefstuk blootgesteld worden aan een wisselende relatieve luchtvochtigheid. Van de proefstukken ( $10 \times 10 \times 40 \text{ mm}^3$ ) wordt de vrije vervorming bepaald bij kleine relatieve luchtvochtigheidsverschillen:

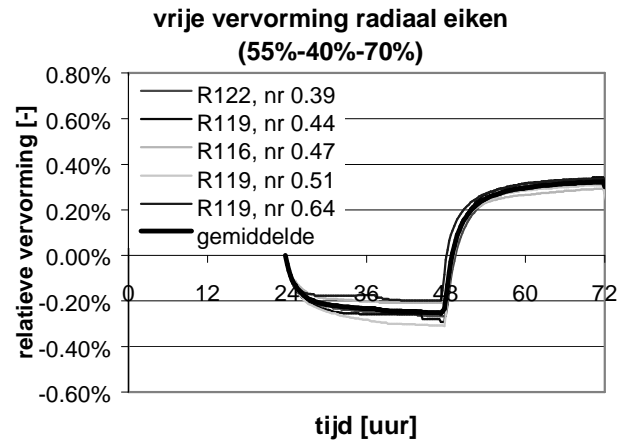
- 24 uur, 55% R.V. (conditionering)
- 24 uur, 40% R.V. (desorptie, krimpen)
- 24 uur, 70% R.V. (adsorptie, zwellen).

Tevens is de vrije vervorming bepaald bij grote relatieve luchtvochtigheidsverschillen:

- 24 uur, 55% R.V. (conditionering)
- 24 uur, 25% R.V. (desorptie, krimpen)
- 24 uur, 85% R.V. (adsorptie, zwellen).

Voor zowel radiale als tangentiale, eiken en beuken proefstukken is voor beide klimaatwisselingen de vrije vervorming bepaald. De afmetingen van de proefstukken zijn wederom  $10 \times 10 \times 40 \text{ mm}^3$ .

De metingen die uitgevoerd zijn met radiale eiken proefstukken zijn ter indicatie weergegeven in afbeelding 7. Voor de overige meetresultaten van de vrije vervormingsproeven wordt verwezen naar het volledige afstudeerverslag [1].



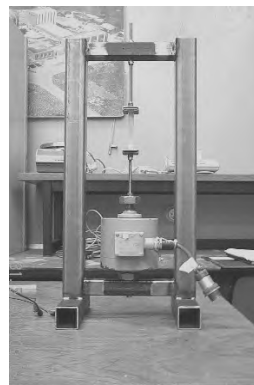
Afbeelding 7. vrije vervorming [%] radiaal eiken (55%-40%-70%)

Uit de verschillende metingen met bijbehorende grafieken wordt geconcludeerd dat zowel de radiale als de tangentiale vervorming goed te meten zijn bij een wisselende relatieve luchtvochtigheid. De metingen kunnen gebruikt worden bij het verifiëren van de simulaties van de vrije vervorming.

### Verhinderde vervorming

Wanneer het vervormen van het hout verhinderd wordt zullen er spanningen in het hout ontstaan. Middels een meetopstelling is getracht de spanningen die ontstaan bij het verhinderen van de vervorming te meten.

Het hoofdprincipe van deze meetopstelling is het proefstuk in serie plaatsen met een krachtdoos. De krachtdoos meet de kracht aan de hand van de vervorming van een stuk staal. Deze vervorming wordt echter als verwaarloosbaar klein aangenomen. Door het geheel te omsluiten door een ijzeren frame kan het proefstuk niet vrij bewegen, waardoor er spanningen in het proefstuk zullen ontstaan bij wisselende klimaatomstandigheden. De meetopstelling is weergegeven in afbeelding 8.



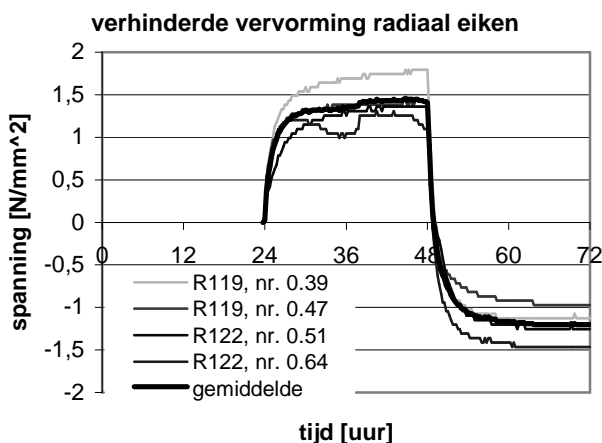
Afbeelding 8. verhinderde vervormingsmeting

De volledige meetopstelling wordt wederom in een klimaatkast geplaatst waarbij de klimaatcondities zoals beschreven bij de vrije vervormingsproeven gecreëerd worden. Bij de grotere relatieve luchtvochtigheidsverschillen bleek echter de lijmverbinding niet sterk genoeg om de spanningen, die ontstaan bij

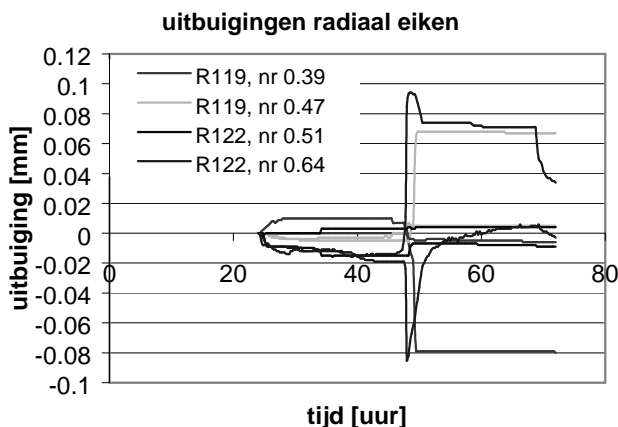
deze grote klimaatwisselingen, in het proefstuk over te dragen aan de meetopstelling. De verhinderde vervorming is daarom alleen bepaald bij een klimaat met beperktere relatieve luchtvochtigheidswisselingen.

In eerste instantie is gebruik gemaakt van proefstukken met een lengte van 80 mm. Echter tijdens de beproevingen bleek dat deze proefstukken behoorlijk uitbuigen (zie afbeelding 1). Door het plaatsen van verplaatsingsmeters is deze uitbuiging te registreren. Omdat het mogelijk is dat de grote uitbuiging een afname van de spanning tot gevolg heeft, zijn in het vervolg kortere proefstukken (10 x 10 x 40 mm<sup>3</sup>) beproefd. Evenals bij de bepaling van de vrij verhinderde zijn zowel tangentiële als radiale eiken en beuken proefstukken beproefd.

De metingen die uitgevoerd zijn met radiale eiken proefstukken zijn ter indicatie weergegeven in afbeelding 9. In afbeelding 10 zijn de bijbehorende uitbuigingsmetingen weergegeven.



Afbeelding 9. verhinderde vervorming radiaal eiken



Afbeelding 10. uitbuiging radiaal eiken

Zoals blijkt uit de bovenstaande afbeeldingen heeft de uitbuiging die optreedt geen duidelijk invloed op de optredende inwendige spanningen.

## Simulaties

### Hysteresismodel

De hygroscopische kromme die eerder bepaald is bestaat uit twee curven, namelijk de adsorptie- en desorptiecurve. De formules voor deze adsorptie- en desorptiecurves zijn in de betrekkingen (2) tot en met (5) weergegeven. Wanneer de relatieve luchtvochtigheid gevarieerd wordt zal het houtvochtgehalte van het hout zich tussen deze twee curven bewegen. Het tussenliggende gebied kan beschreven worden met de volgende formules [4]:

Van de adsorptiecurve naar de desorptiecurve:

$$\xi = \frac{(S - S_a)^2 \xi_d + \gamma_d (S - S_d)^2 \xi_a}{(S_d - S_a)^2} \quad (7)$$

Van de desorptiecurve naar de adsorptiecurve:

$$\xi = \frac{\gamma_a (S - S_a)^2 \xi_d + (S - S_d)^2 \xi_a}{(S_d - S_a)^2} \quad (8)$$

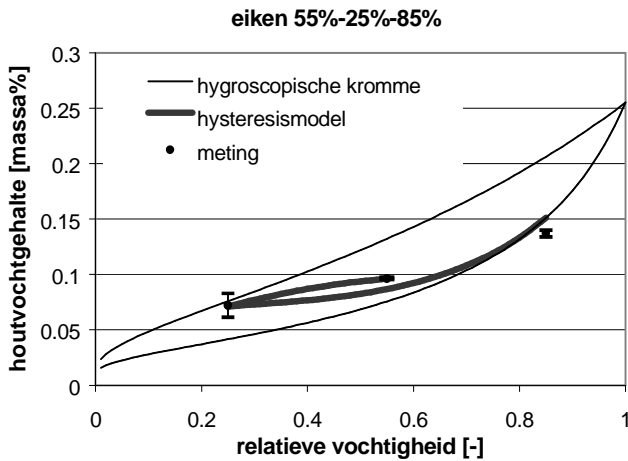
met:

|            |   |  |     |
|------------|---|--|-----|
| $\xi$      | = | richtingscoëfficiënt hygroscopische kromme | [-] |
| $\xi_a$    | = | richtingscoëfficiënt adsorptiecurve        | [-] |
| $\xi_d$    | = | richtingscoëfficiënt desorptiecurve        | [-] |
| $S_a$      | = | saturatiegraad bij adsorptie               | [-] |
| $S_d$      | = | saturatiegraad bij desorptie               | [-] |
| $S$        | = | werkelijke saturatiegraad                  | [-] |
| $\gamma_d$ | = | fitparameter adsorptie naar desorptie      | [-] |
| $\gamma_a$ | = | fitparameter desorptie naar adsorptie      | [-] |

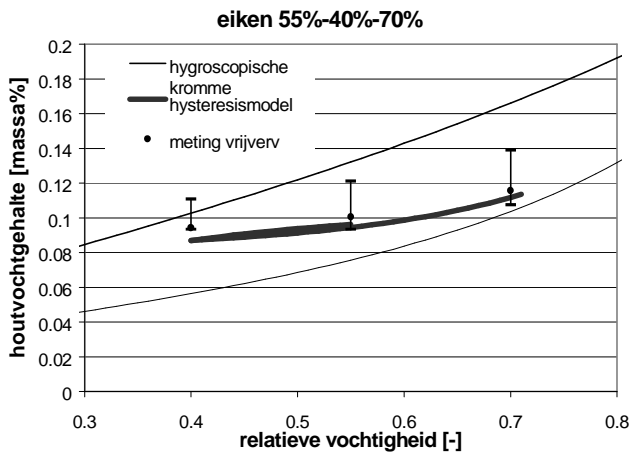
Opgemerkt moet wel worden dat dit model eigenlijk alleen geschikt is voor de bepaling van het houtvochtgehalte in stationaire situaties.

Middels stationaire proeven is zowel eiken als beuken de fitparameter  $\gamma_a$  bepaald op 0,3. Omdat er geen proeven uitgevoerd zijn voor de bepaling van de fitparameter  $\gamma_d$  is deze gelijkgesteld aan  $\gamma_a$ .

Nu voor de fitparameters bepaalde waarden aangenomen zijn kan het houtvochtgehalte gesimuleerd worden voor de verschillende luchtvochtigheidswisselingen. In de afbeeldingen 11 en 12 is het houtvochtgehalteverloop tijdens de verschillende relatieve luchtvochtigheidswisselingen weergegeven. Ter verificatie zijn de werkelijk gemeten houtvochtgehaltes tijdens de vervormingsproeven in de (nagenoeg) stationaire situaties weergegeven.



Afbeelding 11. hysteresismodel 55%-25%-85% eiken



Afbeelding 12. hysteresismodel 55%-40%-70% eiken

Ondanks dat de gemeten houtvochtgehalten niet altijd geheel overeenkomen met het gesimuleerde houtvochtgehalten worden de gesimuleerde houtvochtgehalten wel gebruikt bij de verdere simulaties.

**Vrije vervorming**

Voor het simuleren van de vrije vervorming is gebruik gemaakt van een flex-PDE model waarin de volgende differentiaalvergelijking opgelost wordt:

$$\text{div}(D_w \cdot \text{grad}(w)) = \frac{\partial w}{\partial t} \tag{9}$$

waarin:

$$D_w = \left( \frac{p_{\text{sat}} \cdot \delta_l}{\mu \cdot \xi} \right) \tag{10}$$

met:

- w = houtvochtgehalte [kg·m<sup>-3</sup>]
- t = tijd [s]
- p<sub>sat</sub> = maximale waterdampdruk [N·m<sup>-2</sup>]
- δ<sub>l</sub> = waterdampgeleidingscoëfficiënt van lucht (= 0,185·10<sup>-9</sup>) [s]
- μ = waterdampdiffusieweerstand [-]
- ξ = hygroscopische vochtdifferentie-

capaciteit [kg·m<sup>-3</sup>]

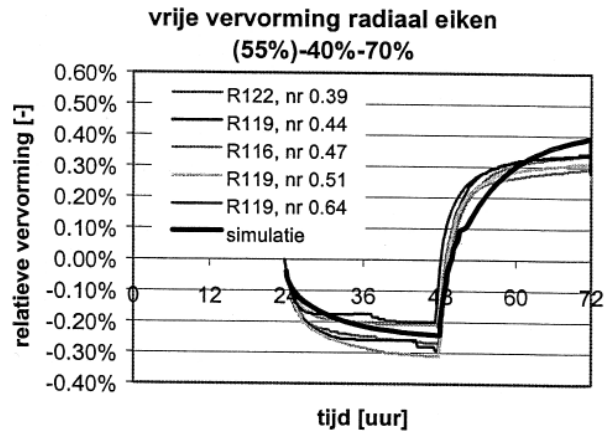
Door het oplossen van deze differentiaalvergelijking wordt het houtvochtgehalte zowel als functie van tijd als plaats bepaald. Door vervolgens het gemiddelde houtvochtgehalte te bepalen kan de vrije vervorming bepaald worden uitgaande van:

$$\Delta \varepsilon = \kappa_h \cdot \Delta W \tag{11}$$

met:

- ε = relatieve vrije vervorming [-]
- κ<sub>h</sub> = hygrische uitzettingscoëfficiënt [m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup>]
- w = vochtgehalte [kg·m<sup>-3</sup>]

In afbeelding is uitgaande van onder andere de bovenstaande formules de vrije vervorming gesimuleerd en vergeleken met de eerder verkregen meetresultaten.



Afbeelding 13. simulatie versus meting vrije vervorming

Geconcludeerd kan worden dat de vrije vervorming van eiken zeer goed gesimuleerd kan worden.

**Relaxatie**

Aan de hand van de vrije vervorming simulaties kan getracht worden de inwendige spanning die optreedt bij een verhinderde vervorming te simuleren. Wanneer hout echter onder spanning komt te staan zullen kruip (inkrimpen) en relaxatie (afname van de spanning) optreden. Om dit effect bij de simulaties van de verhinderde vervorming te verdisconteren is gebruik gemaakt van het hygrothermische schade-model (10).

In dit model wordt gesteld dat de totale verandering van de rek gelijk is aan:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_e + \Delta \varepsilon_c + \Delta \varepsilon_{hT} \tag{12}$$

met:

- Δε = totale verandering rek [-]
- Δε<sub>e</sub> = totale verandering elastische rek [-]
- Δε<sub>c</sub> = totale verandering kruipvervormingen [-]
- Δε<sub>hT</sub> = totale verandering hygrothermische rek [-]

Omdat de proeven uitgevoerd worden bij een constante temperatuur is de hygrothermisch rek ( $\varepsilon_{HT}$ ) gelijk aan de betrekking (11).

Zowel kruip en relaxatie kunnen beschreven worden op basis van de lineaire visco-elasticiteitstheorie. Hierbij is gebruik gemaakt van een serieschakeling van Kelvin-elementen met verschillende tijdsconstanten. Een dergelijk Kelvin-element is een parallelschakeling van een demper en een veer. De differentiaalvergelijking die bij een dergelijk element hoort is:

$$H \left( E_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + \eta_{\alpha} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha}}{\partial t} \right) = \sigma \quad (13)$$

Waarin:

$$H = \frac{C}{E} \quad (14)$$

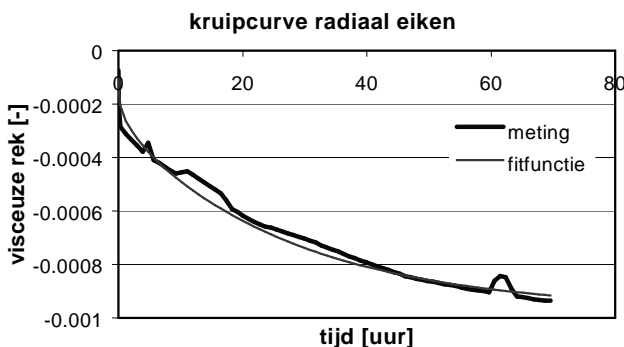
met:

|                        |   |                                    |                     |
|------------------------|---|------------------------------------|---------------------|
| $\varepsilon_{\alpha}$ | = | partiële rek in het Kelvin-element | [-]                 |
| $E_{\alpha}$           | = | veerconstante                      | [MPa]               |
| $\eta_{\alpha}$        | = | viscositeit                        | [°C <sup>-1</sup> ] |
| C                      | = | elasticiteitsmatrix                | [-]                 |
| E                      | = | elasticiteitsmodulus               | [Mpa]               |

Voor een 1-dimensionale situatie, waar hier van uit gegaan wordt, is matrix H gelijk aan de E-modulus. Met behulp van een kruipmeting is voor de verschillende Kelvin-elementen de veerconstante te bepalen.

Tijdens de kruipmeting is de spanning over de tijd constant gehouden terwijl de visco-elastische rek gemeten is als functie van de tijd. Door het fitten van de betrekking (13) over de meetresultaten zijn de verschillende veerconstanten van de Kelvin-elementen per houtsoort, per hoofdrichting (radiaal en tangentiaal) bepaald. Deze veerconstanten worden gebruikt voor het simuleren van de spanning bij de verhinderde vervorming.

Een voorbeeld van een kruipcurve met fitfunctie is weergegeven in afbeelding 14.



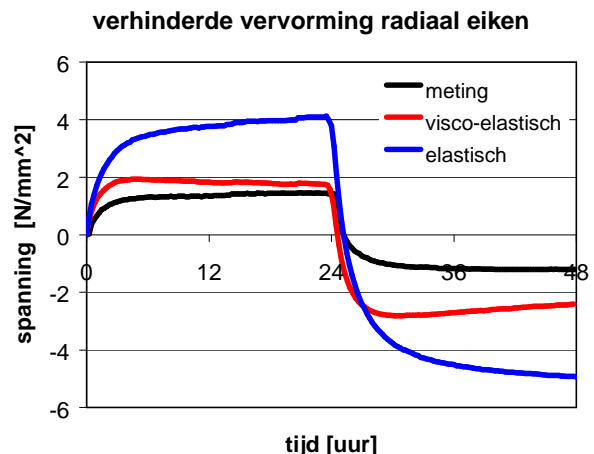
Afbeelding 14. kruipcurve radiaal eiken

### Verhinderde vervorming

Zoals middels metingen aangetoond is treedt er bij hout onder spanning kruip c.q relaxatie op. Daarnaast is hout mechanisch gezien een anisotroop materiaal. Om de gemeten verhinderde vervorming goed te simuleren dient gebruik gemaakt worden van een 3-dimensionaal spanningsmodel waarin tevens rekening gehouden wordt met relaxatie. Een dergelijk model moet echter nog ontwikkeld worden. Bekeken is in hoeverre de optredende spanningen al gesimuleerd worden, gebruik makende van een tweetal modellen namelijk:

1. visco-elastisch model: 1-dimensionale benadering waarbij rekening gehouden wordt met relaxatie van de optredende spanningen
2. vlakke spanningsmodel: 2-dimensionale benadering waarbij geen rekening gehouden wordt met kruip en relaxatie

Voor het visco-elastische model wordt gebruik gemaakt van betrekking (11). Bij een verhinderde vervorming is de totale rek gelijk aan 0. Indien nu de vrije vervorming ( $=\varepsilon_{HT}$ ) ingevuld kan middels de elastische vervorming de optredende spanning bepaald worden. Omdat de middels de kruipproeven de verschillende veerconstanten van de Kelvin-elementen bepaald zijn, kan in dit model de optredende relaxatie verdisconteerd worden. Voor de vrije vervorming wordt de werkelijk gemeten vrije vervorming gebruikt. In afbeelding 15 is voor radiaal eiken de gesimuleerde en gemeten spanning tegen elkaar uitgezet. Tevens is in deze afbeelding de gesimuleerde spanning weergegeven indien geen rekening gehouden wordt met relaxatie (elastische benadering)

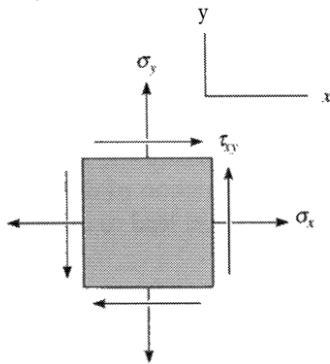


Afbeelding 15. (visco)-elastische simulatie radiaal eiken

Zoals blijkt uit afbeelding 15 geeft de visco-elastische benadering een beter simulatie van de optredende spanningen dan de elastische benadering. De afwijking tussen de gesimuleerde spanning en de gemeten spanning is echter nog behoorlijk.

De spanning die optreden als gevolg van het verhinderen van de vrije vervorming kan ook gesimuleerd worden met behulp van vlak spanningsmodel. De

normaalspanning en schuifspanning in een dergelijk plat vlak zijn weergegeven in afbeelding 16 [11].



Afbeelding 16. spanning in een plat vlak

Voor een anisotroop materiaal wordt het spanningevenwicht in Cartesische coördinaten beschreven als [12]:

waarin:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (16)$$

met:

$$\begin{aligned} \tau_{xy}, \tau_{yx} &= \text{schuifspanning} & [N \cdot m^{-2}] \\ \sigma_{x,y} &= \text{normaalspanning} & [N \cdot m^{-2}] \end{aligned}$$

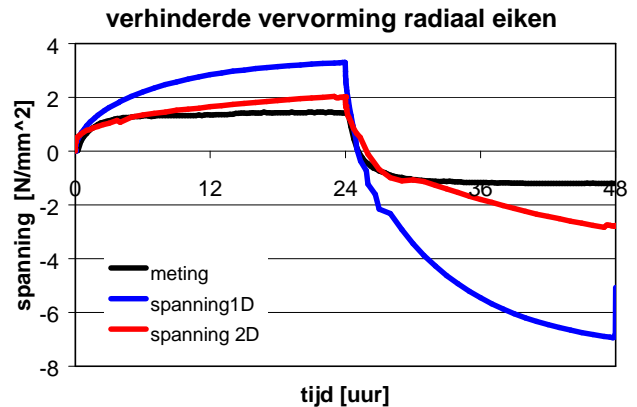
Om vervolgens de spanning als gevolg van het verhinderen van de vervorming te simuleren wordt het vlakke spanningsmodel gekoppeld aan het Flex-PDE model wat gebruikt is bij het simuleren van de vrije vervorming.

Doordat in dit model de differentiaalvergelijkingen (9), (15) en (16) aan elkaar gekoppeld worden, wordt de relatie tussen de vervormingen en de spanningen in een plat vlak beschreven.

Om de optredende spanningen te simuleren wordt bij de simulaties een vlak evenwijdig aan de hoofdrichting bekeken. Bij de simulaties is zowel voor de waterdampdiffusiecoëfficiënt als de hygrische uitzettingscoëfficiënt onderscheidt gemaakt voor de hoofdrichting, de richting waarin de vervorming verhinderd wordt, en de dwarsrichting (loodrecht op de hoofdrichting). Voor de materiaaleigenschappen van de verschillende richtingen worden de waarden aangehouden zoals die bepaald zijn met de reeds beschreven materiaalkundige beproevingen.

Voor de E-modulus wordt voor beide richtingen dezelfde E-modulus aangenomen. Voor het volledige 2-dimensionale model ter bepaling van de inwendige spanning als gevolg van het verhinderen van de vrije vervorming wordt verwezen naar [1].

De resultaten van de simulatie voor radiaal eiken, gebruikmakende van het beschreven 2-dimensionale spanningsmodel, zijn weergegeven in afbeelding 17. In deze afbeelding is tevens de simulatie weergegeven waarbij gebruik gemaakt is van een 1-dimensionaal spanningsmodel. In vergelijking tot het 2-dimensionale spanningsmodel wordt er in dit model geen rekening gehouden met poisson-effecten en andere materiaaleigenschappen in de dwarsrichting.



Afbeelding 17. simulaties verhinderde vervorming radiaal eiken m.b.v. 1- en 2-dimensionale spanningsmodel

Zoals uit de afbeeldingen 15 en 17 blijkt leiden beide modellen tot betere simulaties ten aanzien van het elastische 1-dimensionale spanningsmodel. Uit de verschillende simulaties kan tevens een beeld gevormd worden van de invloed die relaxatie (visco-elastisch model) en een 2-dimensionale benadering (2D spanningsmodel) hebben op de optredende inwendige spanningen. Echter met de gebruikte modellen wijkt de gesimuleerde spanning nog behoorlijk af van de gemeten spanning. Om de optredende spanning goed te simuleren dienen de beide modellen samengekoppeld te worden tot een visco-elastisch 2-dimensionaal spanningsmodel. In dit model is echter de invloed van de derde richting (axiale richting) nog niet meegenomen. Indien de spanningen gesimuleerd worden met het visco-elastisch 2-dimensionaal spanningsmodel zal blijken of hiermee de inwendige spanning voldoende goed beschreven kan worden, of dat de derde richting dermate van invloed is, dat de verhinderde vervorming alleen goed beschreven kan worden met een visco-elastisch 3-dimensionaal spanningsmodel. De ontwikkeling van een dergelijk model is echter zeer complex, maar hopelijk levert dit onderzoek een bijdrage om in de toekomst tot een dergelijk model te komen.

## Geraadpleegde literatuur

- [1] G.C.J. Leenaars, Vrije en verhinderde vervorming van hout bij wisselende klimaatomstandigheden, Technische Universiteit Eindhoven, juli 2003

- [2] N. Van Hout, Hygrische en mechanische gedrag van hout bij veranderende vochtomstandigheden, Technische Universiteit Eindhoven, mei 2001
- [3] H.L. Schellen, promotieonderzoek Heating Monumental Churches, Indoor Climate and Preservation of Cultural Heritage, Technische Universiteit Eindhoven, december 2002
- [4] C.R. Pedersen, Combined Heat and Moisture Transfer in Building Constructions, Ph. D. Thesis, Technical University of Denmark, 1990
- [5] J.P. Holman, Heat Transfer, sixth edition, Southern Methodist University, 1986
- [6] M. Krijnen, Warmtebehandeling ter bestrijding van houtaantastende insecten, de effecten op het gedrag van hout, Technische Universiteit Eindhoven, februari 2002
- [7] W. Simpson, A. Tenwolde, Wood handbook, chapter 3: Physical Properties and Moisture Relations of Wood, Forest Products Laboratory, 1999
- [8] B.P. Laming, Rijdsijk, J.F. Verwijs, J.C., Houtsoorten: informatie voor de praktijk, Houtinstituut TNO Delft, 1978
- [9] J.M. Dinwoodie, Wood: Nature's Cellular, Polymeric Fibre-composite. The Institute of Metals, London, 1989
- [10] J. Carmeliet, Determination of swelling and shrinkage of wood using a poromechanical approach, Katholieke Universiteit, Leuven, 2002
- [11] R.C. Hibbeler, Mechanics of Materials, Third edition, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1997
- [12] S.G. Lekhnitskii, Theory of Elasticity an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day, inc. San Fransisco, 1963